

# 动载作用下淤泥质软土流变模型与流变方程

胡 华

(厦门大学 土木工程系, 厦门 361005)

**摘 要:** 淤泥质软土在动态载荷作用下具有黏弹塑性流变力学特性。在理论分析和测试基础上, 建立了黏弹塑性流变力学模型, 并推导了新的流变方程和动态黏弹性流变参数。研究结论对分析动态载荷作用下软土流变力学响应与稳定性, 探索软土加速流变并导致岩土地质灾害的动力学机制等具有重要的理论意义, 对维护岩土工程的安全性等具有重要的工程意义。

**关 键 词:** 动态载荷; 淤泥质软土; 黏弹塑性流变模型; 流变方程

**中图分类号:** TU 447

**文献标识码:** A

## Rheological model and rheological equation of sullage soft soil under dynamic loading

HU Hua

(Department of Civil Engineering, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

**Abstract:** The theoretical analysis and test indicate that sullage soft soil has viscoelasto-plastic rheological characteristics under dynamic loading. Based on this, the viscoelasto-plastic rheological model is established, and a new rheological equation and dynamic rheological parameters are deduced. The research conclusions have important theoretical significance for us to analyze rheological dynamic response and stability, rheology dynamic mechanism of leading geological disaster, and also for us to keep geotechnical engineering security.

**Key words:** dynamic loading; sullage soft soil; viscoelasto-plastic rheological model; rheological equation

### 1 前 言

厦门为海湾型城市, 因建设发展需要, 移山填海, 形成了数十平方公里的人造场地, 填海地基中局部地段软黏土或淤泥厚达十多米<sup>[1]</sup>。厦门岛在东渡码头改扩建过程中填埋处理大量泥砂软土, 在此基础上修建新的港口工程。软土具有流变特性, 一般情况下这种流变行为缓慢, 短期内不足以产生严重的破坏和灾害, 但如果在动态载荷如地震、海啸狂浪、振动、车辆通行等强烈扰动作用下, 软土内部微观结构发生改变, 导致由原来的稳定状态转变为具有明显流动特性的“流态”, 由缓慢流变演变为加速流变, 引发岩土滑动失稳、堤岸崩塌、地面沉降等地质灾害; 同时导致建筑物等地基沉降、工程倾斜开裂、失稳倒塌等严重岩土工程灾害。因此, 地震、振动等动态载荷对工程的安全性构成极大的

威胁, 成为破坏软弱岩土稳定性并导致和引发岩土地质灾害的主要外部动力<sup>[2, 3]</sup>。

传统方法一般采用稳态静力加载方式研究岩土流变特性<sup>[4, 5]</sup>, 忽视了自然现象中的动态载荷激励特征, 但正是这种客观存在的动态载荷作用, 使得软土呈现出黏弹塑性的流变力学特性, 并加速了软土的流变行为, 稳定状态遭到破坏, 导致了严重的地质灾害和岩土工程事故, 因此仅仅利用传统稳定载荷作用下的静态流变力学理论和方法难以揭示其动态流变力学响应。

基于上述原因, 研究动态载荷激励作用下软土流变力学响应、动态流变模型与流变方程、动态流变参数等, 对探索动态载荷作用下软土流变力学特性、加速流变并导致重大岩土地质灾害的动力学机制具有重要的理论意义; 对岩土地质灾害防治、维护工程的稳定性和安全性等具有重要的现实意义。

收稿日期: 2005-05-09 修改稿收到日期: 2005-09-22

基金项目: 国家自然科学基金资助 (No. 50678155); 福建省自然科学基金资助 (No. D0410008)。

作者简介: 胡华, 男, 1968年生, 博士, 副教授, 主要从事岩土工程、地质灾害防治等方向的教学与科研工作。E-mail: xmhuhua@mail.xujc.com

## 2 软土动态黏弹塑性流变模型

### 2.1 软土动态黏弹性参数测试

试样为淤泥质软土, 其中粉粒占固体组分的 70 %, 黏粒占固体组分的 30 %, 含水率为 30 %。测试选用美国 Rheometric 公司的 RFSIII 型应变控制流变仪。当对系统施加一定频率与大小的交变应变时可测得试样的储能模量  $G'$ 、损耗模量  $G''$  以及黏度等流变参数。考虑到自然界中实际动态荷载作用情况, 在剪切应变为 10 % 变化条件下进行试验。动态剪切流变参数试验结果如图 1 所示, 结果表明淤泥质软土表现为黏弹性, 弹性黏度随应变频率的增大而降低, 最后稳定值为  $0.0428 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ , 此时储能模量  $G' = 2.0378 \text{ Pa}$ , 损耗模量  $G'' = 3.7596 \text{ Pa}$ , 损耗正切  $\tan \delta = G''/G' = 1.845$ 。

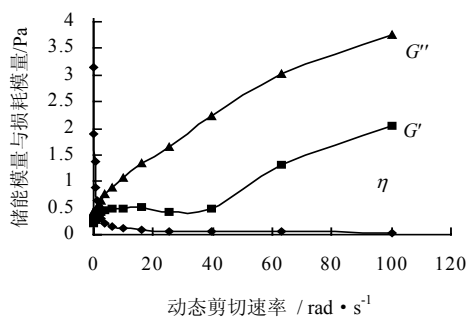


图 1 剪切应变为 10 % 变化条件下淤泥质软土  
动态剪切流变参数

Fig.1 Dynamic rheological parameters of silt soft soil  
under the condition of 10 % shear strain

### 2.2 软土动态流变特性分析

软土具有一定的黏度和初始剪切力, 当剪切外力小于初始剪切力时不发生流动变形; 大于该值时开始发生不可恢复的塑性流动, 但由于黏性效应, 塑性变形只能逐渐加大, 在塑性流动中又表现出黏性, 故在稳态荷载作用下表现为黏塑性体<sup>[6, 7]</sup>。

在特定环境和条件下诸如地震、快速振动、动态冲击和动态剪切作用等过程中, 弹性效应会发生重要的作用, 表现出弹性体的力学特性<sup>[8]</sup>, 但由于黏性作用, 其弹性变形不是立即发生, 在外力卸除后变形也不是立即恢复, 而是逐步恢复, 弹性中表现出黏性, 因此可作为黏弹塑性体处理<sup>[8-10]</sup>。

动态条件下流变测试结果表明, 储能模量、损耗模量随动态剪切作用力频率的增大而呈上升的趋势。从分子运动的角度看, 在测试频率范围内应力变化频率的倒数比软土塑性流动的松弛时间小, 软土运动跟不上应力的变化, 细颗粒未能及时进行重新排列, 对应力的响应存在部分振动, 来不及产生

完全流变, 宏观上显示黏弹性力学性质<sup>[11]</sup>, 而复合黏度随剪切作用力频率的增大而降低, 呈剪切稀化现象。当剪切频率增大到某临界值时复合黏度开始增大呈现剪切增稠现象。

### 2.3 软土动态黏弹塑性流变模型

软土在动态荷载作用下屈服前不发生流动变形, 表现为黏弹性固体特性, 因此首先在模型中考虑了用弹性元件与黏性元件并联后形成的黏弹性固体模型。屈服后表现为黏弹塑性体, 开始发生塑性变形流动, 表现为黏弹塑性特性, 故在原模型的基础上将一个滑块和粘缸并联后再与前面的固体模型串联, 可以建立起如图 2 所示的反映软土在外部动态荷载作用下的黏弹塑性流变力学模型, 图中  $E$  为弹性系数;  $\tau_b$  为初始屈服剪切应力;  $\eta_1$  为软土在动态外力作用下的弹性黏度;  $\eta_2$  为软土在稳定剪切力作用下的塑性黏度。

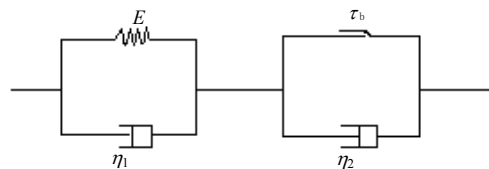


图 2 动态荷载作用下软土的黏弹塑性流变力学模型  
Fig.2 Viscoelasto-plastic rheological model of soft soil  
under dynamic loading

## 3 动态荷载作用下软土黏弹塑性流变方程

当  $\tau < \tau_b$  时, 塑性元件不参与流变, 模型仅为黏弹性体。弹性元件与黏性元件剪应变都为  $\gamma$ , 动态剪切力的大小分别为  $\tau_1$  和  $\tau_2$ , 则系统总剪切力  $\tau$  为二者之和, 即  $\tau_1 = E\gamma$ ,  $\tau_2 = \eta_1 \dot{\gamma}^n$ ,  $\tau = \tau_1 + \tau_2$  得到流变方程:  $\tau = E\gamma + \eta_1 \dot{\gamma}^n$ ,  $n$  为流变指数。当  $\tau > \tau_b$  时, 黏塑性体参与流变,  $\tau - \tau_b$  使黏塑性体发生塑性流动, 表现为黏弹塑性体。设黏弹性体和黏塑性体的位移分别为  $\gamma_1$ 、 $\gamma_2$ , 剪应力分别为  $\tau_1$ 、 $\tau_2$ , 整个系统的位移为  $\gamma$ , 剪应力为  $\tau$ , 则有  $\tau = \tau_1 + \tau_2$ ;  
 $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$ ;  $\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_1 + \dot{\gamma}_2$ ;  $\ddot{\gamma} = \ddot{\gamma}_1 + \ddot{\gamma}_2$

对黏弹性部分:

$$\tau = E\gamma_1 + \eta_1 \dot{\gamma}_1^n$$

$$\text{变形有} \quad \dot{\gamma}_1 = \left( \frac{\tau - E\gamma_1}{\eta_1} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (1)$$

两边求导数, 得

$$\ddot{\gamma}_1 = \frac{1}{n} \left( \frac{\tau - E\gamma_1}{\eta_1} \right)^{\frac{1-n}{n}} \left( \frac{\dot{\tau} - E\dot{\gamma}_1}{\eta_1} \right) \quad (2)$$

对黏塑性部分:  $\tau - \tau_b = \eta_2 \dot{\gamma}_2^n$ , 变形有

$$\dot{\gamma}_2 = \left( \frac{\tau - \tau_b}{\eta_2} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (3)$$

两边求导数得

$$\ddot{\gamma}_2 = \frac{1}{n} \left( \frac{\tau - \tau_b}{\eta_2} \right)^{\frac{1-n}{n}} \left( \frac{\dot{\tau}}{\eta_2} \right) \quad (4)$$

将式(3)代入等式  $\dot{\gamma}_1 = \dot{\gamma} - \dot{\gamma}_2$  得

$$\dot{\gamma}_1 = \dot{\gamma} - \left( \frac{\tau - \tau_b}{\eta_2} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (5)$$

由式(1)得

$$\frac{\tau - E\gamma_1}{\eta_1} = \dot{\gamma}_1^n = [\dot{\gamma} - \dot{\gamma}_2]^n = \left[ \dot{\gamma} - \left( \frac{\tau - \tau_b}{\eta_2} \right)^{\frac{1}{n}} \right]^n$$

该方程变形为

$$\left( \frac{\tau - E\gamma_1}{\eta_1} \right)^{\frac{1-n}{n}} = \left[ \dot{\gamma} - \left( \frac{\tau - \tau_b}{\eta_2} \right)^{\frac{1}{n}} \right]^{1-n} \quad (6)$$

将式(2)、式(4)代入式  $\ddot{\gamma} = \ddot{\gamma}_1 + \ddot{\gamma}_2$  有

$$\ddot{\gamma} = \frac{1}{n} \left( \frac{\tau - E\gamma_1}{\eta_1} \right)^{\frac{1-n}{n}} \left( \frac{\tau - E\dot{\gamma}_1}{\eta_1} \right) + \frac{1}{n} \left( \frac{\tau - \tau_b}{\eta_2} \right)^{\frac{1-n}{n}} \left( \frac{\dot{\tau}}{\eta_2} \right) \quad (7)$$

将式(5)和式(6)代入式(7)有

$$\ddot{\gamma} = \frac{1}{n} \left[ \dot{\gamma} - \left( \frac{\tau - \tau_0}{\eta_2} \right)^{\frac{1}{n}} \right]^{1-n} \left[ \tau - E \left( \dot{\gamma} - \left( \frac{\tau - \tau_0}{\eta_2} \right)^{\frac{1}{n}} \right) / \eta_1 \right] + \frac{1}{n} \left[ \left( \frac{\tau - \tau_0}{\eta_2} \right)^{\frac{1-n}{n}} \left( \frac{\dot{\tau}}{\eta_2} \right) \right] \quad (8)$$

化简得软土动态载荷作用下黏弹塑性流变方程, 即

$$\ddot{\gamma} = \frac{1}{n} \left[ \dot{\gamma} - \left( \frac{\tau - \tau_b}{\eta_2} \right)^{\frac{1}{n}} \right]^{1-n} \left[ \frac{\dot{\tau}}{\eta_1} - \frac{E}{\eta_1} \left( \frac{\eta_2 \dot{\gamma} - \tau + \tau_b}{\eta_2} \right)^{\frac{1}{n}} \right] + \frac{1}{n} \left( \frac{\tau - \tau_b}{\eta_2} \right)^{\frac{1-n}{n}} \frac{\dot{\tau}}{\eta_2} \quad (9)$$

当  $n=1$  时流变方程变为

$$\ddot{\gamma} = \frac{\dot{\tau}}{\eta_1} - \frac{E}{\eta_1} \left( \frac{\eta_2 \dot{\gamma} - \tau + \tau_b}{\eta_2} \right) + \frac{\dot{\tau}}{\eta_2} \quad (10)$$

化简得

$$\eta_1 \eta_2 \ddot{\gamma} = (\eta_1 + \eta_2) \dot{\tau} - E \eta_2 \dot{\gamma} + E(\tau - \tau_b) \quad (11)$$

即为动态条件下软土流变方程。

## 4 动态黏弹性流变参数推导

动态剪切力作用于具有黏弹塑性特征的软土时, 动态剪切力使其变形, 所做的功的一部分以热的形式耗散掉, 另一部分以弹性变形能储存。当剪应力为正弦振荡变化时应变与应力之间存在相位差。在每个周期中输入的能量一部分被储存, 并释放出来, 另一部分能量以热的形式耗散掉, 这就是动态黏弹性。动态黏弹性特征参数有: 储能模量  $G'$ 、损耗模量  $G''$ 、损耗正切  $\tan \delta$ 、复合黏度、剪切复数模量  $G$  等<sup>[10, 11]</sup>。

剪切复数模量  $G = G' + iG''$ , 其中  $G'$  为复数模量的实部,  $G''$  为复数模量的虚部, 且  $|G|^2 = G'^2 + G''^2$ , 损耗正切  $\tan \delta = G'' / G'$ , 复合黏度  $\eta^* = \eta_1 + \eta_2 i$ , 且  $|\eta^*|^2 = \eta_1^2 + \eta_2^2$ 。

设流变指数  $n=1$ , 动态剪切力为正弦变化的剪切力,  $\tau = \tau_0 \sin(\omega t + \delta)$ , 复数形式为  $\tau = \tau_0 e^{i(\omega t + \delta)}$ , 则应变以正弦形式随时间变化,  $\gamma = \gamma_0 \sin(\omega t)$ , 复数形式为  $\gamma = \gamma_0 e^{i\omega t}$ , 其中  $\omega$  为角频率;  $\delta$  为相位角。  $\tau = (G' + iG'')\gamma$ , 则  $G = \tau / \gamma = G' + iG''$  <sup>[4, 6]</sup>。

(1) 当  $\tau < \tau_b$  时, 黏弹性体的流变方程为

$$\tau = E\gamma + \eta_1 \dot{\gamma}^n \quad (12)$$

设动态应变  $\gamma = \gamma_0 (\cos \omega t + i \sin \omega t) = \gamma_0 e^{i\omega t}$ , 则  $\dot{\gamma} = i\gamma_0 \omega e^{i\omega t} = i\omega \gamma$ , 代入流变方程, 有

$$\tau = E\gamma + i\eta_1 \omega \gamma \quad (13)$$

$$\text{复模量: } G = \tau / \gamma = G' + iG'' = E + i\eta_1 \omega \quad (14)$$

因此  $G' = E$ , 储能模量即为弹性系数;  $G'' = \eta_1 \omega$ , 损耗模量为弹性黏度与剪切频率的积。

(2) 当  $\tau \geq \tau_b$  时, 黏弹塑性体的流变方程为

$$\eta_1 \eta_2 \ddot{\gamma} = (\eta_1 + \eta_2) \dot{\tau} - E \eta_2 \dot{\gamma} + E(\tau - \tau_b) \quad (15)$$

当  $\tau = \tau_0 e^{i(\omega t + \delta)}$ , 则  $\dot{\tau} = i\omega \tau_0 e^{i(\omega t + \delta)}$ 。

设动态应变  $\gamma = \gamma_0 (\cos \omega t + i \sin \omega t) = \gamma_0 e^{i\omega t}$ , 则  $\dot{\gamma} = i\gamma_0 \omega e^{i\omega t} = i\omega \gamma$ ,  $\ddot{\gamma} = -\gamma_0 \omega^2 e^{i\omega t}$ , 代入流变方程有

$$\left. \begin{aligned} -\eta_1 \eta_2 \gamma_0 \omega^2 e^{i\omega t} &= (\eta_1 + \eta_2) i \omega \tau_0 e^{i(\omega t + \delta)} - \\ &E \eta_2 i \gamma_0 \omega e^{i\omega t} + E(\tau - \tau_b); \\ G = (\tau - \tau_b) / \gamma &= G' + iG'' = -\frac{\eta_1 \eta_2 \omega^2}{E} + \left\{ \begin{aligned} &\left( \frac{E \gamma_0 \eta_2 \omega - (\eta_1 + \eta_2) \omega \tau_0}{E \gamma_0} \right) i \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

得到  $G' = -\frac{\eta_1 \eta_2 \omega^2}{E}$ ;  $G'' = \frac{E \gamma_0 \eta_2 \omega - (\eta_1 + \eta_2) \omega \tau_0}{E \gamma_0}$ , 式

中“—”表示外力对软土介质做功。

## 5 结 语

(1) 外部动态载荷, 如地震、海啸狂浪、外部振动、车辆通行等频繁发生, 导致软土由缓慢流变演变为加速流变, 引发岩土滑动失稳、山体滑坡、地面沉降、塌岸或岸滑等重大岩土地质灾害, 同时导致坝、桥、建筑物等地基沉降滑动、工程倾斜开裂、失稳倒塌等严重岩土工程灾害, 因此动态载荷作用成为导致和引发岩土地质灾害的主要外部动力。

(2) 利用传统稳定载荷作用下的静态流变力学理论和方法难以揭示软土在动态载荷作用下力学响应, 必须深入研究软土动态流变特性, 揭示其加速流变导致岩土工程灾害的机理, 才能防止地质灾害和岩土工程安全事故。

(3) 软土的流变特性复杂, 受多种内、外因素的影响。掌握软土在特定的动态载荷作用下的黏弹塑性流变力学特性, 对加固软土地基、提高承载力和稳定性、维护岩土工程的稳定性和安全性, 对揭示突发岩土地质灾害的流变动力学机制等都具有重要的理论和现实意义。

(4) 理论分析和实验表明, 动态载荷作用下软土具有黏弹塑性的流变力学特性。引入了软土的弹性黏度  $\eta_1$  和塑性黏度  $\eta_2$ , 建立了软土的动态黏弹塑性流变力学模型, 并推导出流变方程和黏弹性流变参数。

(5) 动态流变参数测试结果表明, 黏弹性特性参数与动态剪切作用频率有很大的关系。储能模量、损耗模量随动态作用力频率的增大而增大, 而复合黏度随剪切作用力频率的增大而降低, 呈剪切稀化现象。当剪切频率增大到某临界值时复合黏度开始增大, 呈现剪切增稠现象。

## 参 考 文 献

- [1] 曹继东, 陈正汉, 王权民. 厦门软黏土的振陷特性研究[J]. 岩土力学, 2004, 25(1): 160—164.  
CAO Ji-dong, CHEN Zhen-han, WANG Quan-ming. Study on characteristics of seismic depression of soft clay in Xiamen[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2004, 25(1): 160—164.
- [2] 许强, 黄润秋, 王来贵. 外界扰动诱发地质灾害机理研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(2): 280—284.  
XU Qiang, HUANG Run-qiu, WANG Lai-gui. Mechanism analysis of geological hazards triggered by external disturbance[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2002, 21(2): 280—284.
- [3] 胡华. 含水率对软土流变参数影响特性与机理分析[J]. 岩土工程技术, 2005, 19(3): 134—136.  
Hu Hua. The Influencing Characteristics and Mechanism of Water Content on Rheological Parameters of Soft-soil [J]. **Geotechnical Engineering Technique**, 2005, 19(3): 134—136.
- [4] 孙钧. 岩土材料流变及其工程应用[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1999.
- [5] 陈沅江, 潘长良, 曹平, 等. 软岩流变的一种新力学模型[J]. 岩土力学, 2003, 24(2): 209—214.  
CHEN Yuan-jiang, PAN Chang-liang, CAO Ping, et al. A new mechanical model for soft rock rheology [J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2003, 24(2): 209—214.
- [6] 张军辉, 缪林昌. 连云港海相软土流变特性试验及双曲面流变模型[J]. 岩土力学, 2005, 26(1): 145—149.  
ZHANG Jun-hui, MIAO Lin-chang. Tests on rheological behavior of lianyungang marine soft clay and two-yield-surface rheological model[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(1): 145—149.
- [7] 李军世, 林咏梅. 上海淤泥质粉质黏土的 Singh-Mitchell 蠕变模型[J]. 岩土力学, 2000, 21(4): 363—366.  
LI Jun-shi, LIN Yong-mei. Singh-mitchell creep model of Shanghai very soft silt clay[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2000, 21(4): 363—366.
- [8] 韦立德, 徐卫亚, 朱珍德, 等. 岩石黏弹塑性流变模型研究[J]. 岩土力学, 2002, 23(5): 583—586.  
WEI Li-de, XU Wei-ya, ZHU Zhen-de, et al. Study on constitutive model of viscoelastoplastic rock[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2002, 23(5): 583—586.
- [9] 吴燕开, 陈江伟, 张志征. 饱和黄土的性质与非饱和黄土流变模型[J]. 岩土力学, 2004, 25(7): 1 144—1 146.  
WU Yan-kai, CHEN Hong-wei, ZHANG Zhi-zhen. Characteristics of saturated loess and rheological model of unsaturated loess in Xi'an[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2004, 25(7): 1 144—1 146.
- [10] 蔡峨编. 黏弹性力学基础[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1989.
- [11] 周光泉, 刘孝敏. 黏弹性理论[M]. 北京: 中国科技大学出版社, 1996.
- [12] YANG Zhi-fa, WANG Zhi-ying. Back analysis of viscoelastic displacement in a soft rock road tunnel[J]. **International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences**, 2001, 38: 331—341.